

Niedersächsisches Kultusministerium

Rahmenrichtlinien

für das Fach

Mathematik

in der

Fachoberschule

Stand: November 2006

Herausgeber: Niedersächsisches Kultusministerium
Schiffgraben 12, 30159 Hannover
Postfach 1 61, 30001 Hannover

Hannover, November 2006
Nachdruck zulässig

Bezugsadresse: <http://www.bbs.nibis.de>

Bei der Erarbeitung dieser Rahmenrichtlinien haben mitgewirkt:

Achmus, Annette, Burgdorf

Dr. Berndt, Andreas, Cloppenburg

Draeger, Dieter, Hannover (Landesschulbeirat)

Engelking, Sabine, Hildesheim

Geisler, Rolf, Hameln (Landesschulbeirat)

Graelmann, Alois, Osnabrück (Kommissionsleitung)

Schilling, Klaus, Lüneburg

Voigt, Wolfgang, Wolfsburg

Berater:

Brod, Holger, Hannover

Redaktion:

Ingo Fischer

Niedersächsisches Landesamt für Lehrerbildung und Schulentwicklung (NiLS)

Keßlerstraße 52

31134 Hildesheim

Abteilung 1, – Ständige Arbeitsgruppe für die Entwicklung und Erprobung beruflicher Curricula und Materialien (STAG für CUM) –

Inhaltsverzeichnis

1	Grundsätze	1
1.1	Verbindlichkeit	1
1.2	Ziele der Fachoberschule	1
1.3	Didaktische Grundsätze für die Fachoberschule	1
1.4	Ziele und didaktische Grundsätze für das Fach Mathematik	2
2	Lerngebiete	3
2.1	Struktur	3
2.2	Übersicht	3
2.3	Zielformulierungen, Inhalte und Unterrichtshinweise	5
	Lerngebiet 11.1 Geometrik (optional)	5
	Lerngebiet 11.2 Grundlagen der Finanzmathematik (optional)	6
	Lerngebiet 11.3 Grundlagen der Wirtschaftsmathematik (optional)	7
	Lerngebiet 11.4 Naturwissenschaftlich-technisches Rechnen (optional)	8
	Lerngebiet 12.1 Ganzrationale Funktionen	9
	Lerngebiet 12.2 Differenzialrechnung	12
	Lerngebiet 12.3 Integralrechnung	13
	Lerngebiet 12.4 Analytische Geometrie (optional)	14
	Lerngebiet 12.5 Exponentialfunktionen (optional)	15
	Lerngebiet 12.6 Gebrochen rationale Funktionen (optional)	16
	Lerngebiet 12.7 Lineare Algebra (optional)	17
	Lerngebiet 12.8 Stochastik (optional)	18
	Lerngebiet 12.9 Trigonometrische Funktionen (optional)	19

1 Grundsätze

1.1 Verbindlichkeit

Rahmenrichtlinien weisen Mindestanforderungen aus und schreiben die Ziele, Inhalte und didaktischen Grundsätze für den Unterricht verbindlich vor. Sie sind so gestaltet, dass die Schulen ihr eigenes pädagogisches Konzept sowie die besonderen Ziele und Schwerpunkte ihrer Arbeit weiter entwickeln können. Die Zeitrichtwerte sowie die Hinweise zum Unterricht sind als Anregungen für die Schulen zu verstehen.

1.2 Ziele der Fachoberschule

Die Fachoberschule hat die Aufgabe die Persönlichkeit der Schülerinnen und Schüler weiter zu entwickeln. Dies geschieht auf der Grundlage des Christentums, des europäischen Humanismus und der Ideen der liberalen, demokratischen und sozialen Freiheitsbewegungen.

Das Ziel der Fachoberschule ist der Erwerb der Studierfähigkeit mit dem Abschluss der Fachhochschulreife.¹

1.3 Didaktische Grundsätze für die Fachoberschule

Handlungsorientierung

Der Unterricht ist nach dem didaktischen Konzept der Handlungsorientierung durchzuführen.²

Berufsorientierung

Die Fachoberschule ist gekennzeichnet durch eine fachliche Schwerpunktbildung. Sie knüpft grundsätzlich an berufliche bzw. betriebliche Erfahrungen der Lernenden an. Diese Erfahrungen sind i. d. R. Ausgangspunkte für die Gestaltung der Lehr-/Lernprozesse der jeweiligen Unterrichtsfächer.

Studienorientierung

Das Ziel der Fachoberschule, die Lernenden zur Studierfähigkeit zu führen, verlangt eine Orientierung der Lehr-/Lernprozesse an den Prinzipien von Wissenschaft.

Orientierung an Wissenschaftsprinzipien bedeutet in diesem Zusammenhang u. a. komplexe theoretische Erkenntnisse nachzuvollziehen, vielschichtige Zusammenhänge zu durchschauen, zu ordnen und verständlich darzustellen.

Individuelle Erfahrungen und Erkenntnisse aus dem beruflichen Erfahrungsraum werden einer Kritik unterworfen. Sie sind in verschiedene Kontexte von wissenschaftlichen Erkenntnissen, Interessen, Prognosen, Szenarien usf. zu stellen (Prozesse) und in eine andere Ebene von Erkenntnis, Erklärung bzw. Meinung zu transformieren (Ergebnisse). Orientierung an Wissenschaft und Reflektieren über Berufsinhalte werden so zu den integrierenden Bestandteilen der Lehr-/Lernprozesse.

Kompetenzorientierung

Die Fachoberschule orientiert sich am Kompetenzmodell der KMK für die Berufsschule. In der Fachoberschule werden die in beruflichen Zusammenhängen erworbenen Kompetenzen weiter entwickelt; sie entfalten sich in den Dimensionen von Fachkompetenz, Humankompetenz und Sozialkompetenz.

Fachkompetenz bezeichnet die Bereitschaft und Befähigung, auf der Grundlage fachlichen Wissens und Könnens Aufgaben und Probleme zielorientiert, sachgerecht, methodengeleitet und selbstständig zu lösen und das Ergebnis zu beurteilen.

¹ Vgl. Rahmenvereinbarung über die Fachoberschule (vgl. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.12.2004)

² Ergänzende Bestimmungen für das berufsbildende Schulwesen

Humankompetenz bezeichnet die Bereitschaft und Befähigung, als individuelle Persönlichkeit die Entwicklungschancen, Anforderungen und Einschränkungen in Familie, Beruf und öffentlichem Leben zu klären, zu durchdenken und zu beurteilen, eigene Begabungen zu entfalten sowie Lebenspläne zu fassen und fortzuentwickeln. Sie umfasst Eigenschaften wie Selbstständigkeit, Kritikfähigkeit, Selbstvertrauen, Zuverlässigkeit, Verantwortungs- und Pflichtbewusstsein. Zu ihr gehören insbesondere auch die Entwicklung durchdachter Wertvorstellungen und die selbst bestimmte Bindung an Werte.

Sozialkompetenz bezeichnet die Bereitschaft und Befähigung, soziale Beziehungen zu leben und zu gestalten, Zuwendungen und Spannungen zu erfassen und zu verstehen sowie sich mit Anderen rational und verantwortungsbewusst auseinander zu setzen und zu verständigen. Hierzu gehört insbesondere auch die Entwicklung sozialer Verantwortung und Solidarität.

Bestandteil sowohl von Fachkompetenz als auch von Humankompetenz und Sozialkompetenz sind Methodenkompetenz, kommunikative Kompetenz und Lernkompetenz.

Methodenkompetenz bezeichnet die Bereitschaft und Befähigung zu zielgerichtetem, planmäßigem Vorgehen bei der Bearbeitung von Aufgaben und Problemen.

Kommunikative Kompetenz meint die Bereitschaft und Befähigung, kommunikative Situationen zu verstehen und zu gestalten. Hierzu gehört es, eigene Absichten und Bedürfnisse sowie die der Partner wahrzunehmen, zu verstehen und darzustellen.

Lernkompetenz ist die Bereitschaft und Befähigung, Informationen über Sachverhalte und Zusammenhänge selbstständig und gemeinsam mit Anderen zu verstehen, auszuwerten und in gedankliche Strukturen einzuordnen. Zur Lernkompetenz gehört insbesondere auch die Fähigkeit und Bereitschaft, Lerntechniken und Lernstrategien zu entwickeln und diese für lebenslanges Lernen zu nutzen.

1.4 Ziele und didaktische Grundsätze für das Fach Mathematik³

Die Schülerinnen und Schüler sollen ausgehend von fachrichtungsbezogenen Problemstellungen grundlegende Fach- und Methodenkompetenzen in der Mathematik erwerben.

Dazu sollen sie

- Einblick in grundlegende Arbeits- und Denkweisen der Mathematik gewinnen,
- erkennen, dass die Entwicklung klarer Begriffe, eine folgerichtige Gedankenführung und systematisches, induktives und deduktives, gelegentlich auch heuristisches Vorgehen Kennzeichen mathematischen Arbeitens sind,
- Vertrautheit mit der mathematischen Fachsprache und Symbolik erwerben und erkennen, dass Eindeutigkeit, Widerspruchsfreiheit und Vollständigkeit beim Verbalisieren von mathematischen Sachverhalten vor allem in Anwendungsbereichen für deren gedankliche Durchdringung unerlässlich sind,
- befähigt werden, fachrichtungsbezogene bzw. naturwissenschaftliche Aufgaben mithilfe geeigneter Methoden zu lösen,
- mathematische Methoden anwenden können sowie Kenntnisse und Fähigkeiten zur Auswahl geeigneter Verfahren und Methoden besitzen,
- reale Sachverhalte modellieren können,
- Ergebnisse ihrer Tätigkeit begründen, präsentieren, interpretieren und bewerten können.

Diese Rahmenrichtlinien sind so formuliert, dass die beschriebenen Kompetenzen mit Unterstützung eines wissenschaftlich-technischen Taschenrechners erreichbar

³ s. Vereinbarung über den Erwerb der Fachhochschulreife in beruflichen Bildungsgängen (vgl. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 05.06.1998 i. d. F. vom 09.03.2001)

bar sind. Die Verwendung weitergehender Rechnertechnologien bzw. Software geht über die Mindestanforderungen der Rahmenrichtlinien hinaus. Die Entscheidung über den Einsatz obliegt der Schule.

2 Lerngebiete

2.1 Struktur

Die Rahmenrichtlinien sind nach Lerngebieten strukturiert. Diese werden beschrieben durch:

Titel	Der Titel charakterisiert Ziele und Inhalte des Lerngebiets.
Zeitrictwert	Der Zeitrictwert gibt die Unterrichtsstunden an, die für das Lerngebiet eingeplant werden sollten.
Zielformulierung	Vor allem die Zielformulierung definiert das Lerngebiet. Sie beschreibt Kompetenzen, die am Ende des Bildungsganges erreicht werden.
Inhalte	Hier werden die Ziele inhaltlich konkretisiert. Sie drücken Mindestanforderungen aus und sind so formuliert, dass regionale Gegebenheiten berücksichtigt sowie Innovationen aufgenommen werden können.
Unterrichtshinweise	Die Hinweise sind für die Arbeit in den didaktischen Teams gedacht. Sie beschränken sich auf einige Anregungen zur Umsetzung im Unterricht.

2.2 Übersicht

In Klasse 11 wird das Fach Mathematik mit insgesamt 80 Unterrichtsstunden erteilt. Um den spezifischen Anforderungen der einzelnen Fachrichtungen weitgehend entsprechen zu können, wählt die Schule einheitlich für jede Fachrichtung zwei der folgenden Lerngebiete aus:

- Geometrik
- Grundlagen des Wirtschaftsrechnens
- Naturwissenschaftlich-technisches Rechnen
- Grundlagen der Finanzwirtschaft

20 Unterrichtsstunden kann die Schule nach eigenem Ermessen für Erweiterungen oder Vertiefungen verwenden.

Optionale Lerngebiete Klasse 11	Zeitrictwerte in U.-Stunden
11.1 Geometrik	2 x 30
11.2 Grundlagen der Finanzmathematik	
11.3 Grundlagen der Wirtschaftsmathematik	
11.4 Naturwissenschaftlich-technisches Rechnen	
Schulisch bestimmtes Lerngebiet	20
Ziele und Inhalte werden in der Schule festgelegt	
Summe Klasse 11	80

In Klasse 12 wird das Fach Mathematik mit insgesamt 160 Unterrichtsstunden erteilt. Verbindliche Lerngebiete für alle Fachrichtungen sind:

- Ganzrationale Funktionen
- Differenzialrechnung
- Integralrechnung

Um auch in Klasse 12 den spezifischen Anforderungen der einzelnen Fachrichtungen weitgehend zu entsprechen, wählt die Schule einheitlich für jede Fachrichtung eins der folgenden Lerngebiete aus:

- Analytische Geometrie
- Exponentialfunktionen
- Gebrochen rationale Funktionen
- Lineare Algebra
- Stochastik
- Trigonometrische Funktionen

30 Unterrichtsstunden kann die Schule nach eigenem Ermessen für Vertiefungen, Erweiterungen oder ein weiteres Lerngebiet nutzen.

Lerngebiete Klasse 12	Zeitrichtwerte in U.-Stunden
12.1 Ganzrationale Funktionen	40
12.2 Differenzialrechnung	40
12.3 Integralrechnung	20
Optionale Lerngebiete	1 x 30
12.4 Analytische Geometrie	
12.5 Exponentialfunktionen	
12.6 Gebrochen rationale Funktionen	
12.7 Lineare Algebra	
12.8 Stochastik	
12.9 Trigonometrische Funktionen	
Schulisch bestimmtes Lerngebiet	30
Ziele und Inhalte werden in der Schule festgelegt	
Summe Klasse 12	160

2.3 Zielformulierungen, Inhalte und Unterrichtshinweise

Optionales Lerngebiet 11.1 Geometrik

Zeitrictwert 30 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler analysieren fachrichtungsbezogene Problemstellungen und überführen sie in geometrische Problemstellungen. Diese lösen sie mithilfe von Skizzen und geometrischen Formeln.

Inhalte technische Skizzen
anwendungsgerechte Bezeichnungen
rechtwinkliges Dreieck

- Pythagoras
- Höhensatz
- Winkelsumme
- Seitenverhältnisse mit Sinus, Kosinus, Tangens

Winkel in Grad und Bogenmaß
Kreis und Kreisausschnitte
Flächen- und Volumenberechnung

- zusammengesetzte Flächen
- zusammengesetzte Volumina

Unterrichtshinweise Auf die Herleitung der geometrischen Formeln sollte zugunsten von Anwendungsaufgaben verzichtet werden.

Als Grundlage für Anwendungen können technische Zeichnungen dienen.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Bauteile, Werkstücke berechnen, z. B.:
 - Keil
 - Distanzplatte
 - Leiterschienen
 - Hohlkörper
 - Wellen
- Kegeldrehen
- Konturberechnungen
- Verschnittberechnung
- Kräftezerlegung
- Wechselspannung, Wechselstrom
- Böschungsverhältnis
- Turmhöhenbestimmung
- Vermessungstechnik
- Papierbedarf
- Fernrohr/Linsengleichung

**Optionales
Lerngebiet 11.2 Grundlagen der Finanzmathematik**

Zeitrictwert 30 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler treffen ausgehend von realen ökonomischen Problemstellungen finanzwirtschaftliche Entscheidungen mithilfe der Zinsrechnung. Sie berechnen die Zinstage nach der deutschen (kaufmännischen) und nach der Eurozinsmethode. Sie unterscheiden einfache Zinsrechnung und Zinseszinsrechnung und stellen die Zusammenhänge grafisch und tabellarisch dar.

Inhalte Finanzwirtschaftliche Anwendungen der einfachen Zinsrechnung

- Anfangskapital, Endkapital, Zinssatz, Zinsen, Laufzeit einschl. Zinstage
- Effektivverzinsung

Finanzwirtschaftliche Anwendungen der Zinseszinsrechnung

- Anfangskapital, Endkapital, Zinssatz, Zinsen und Laufzeit bei jährlichem Zinsschlag
- unterjährige Verzinsung

Unterrichtshinweise Einfache Zinsrechnung

Bei der Einführung der Zinsrechnung sollen die Schülerinnen und Schüler den Unterschied zur Prozentrechnung durch die Berücksichtigung des Zeitfaktors erkennen. Die einfache Zinsrechnung mit Laufzeiten, die kürzer als ein Jahr sind, kann insbesondere für Problemstellungen aus dem kaufmännischen Alltag angewendet werden.

Zinseszinsrechnung

Bei der Einführung der Zinseszinsrechnung erkennen die Schülerinnen und Schüler den Unterschied in der Entwicklung des Endkapitals, wenn das Anfangskapital für mehrere Jahre einfach verzinst bzw. mithilfe der Zinseszinsrechnung verzinst wird. Der Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms kann die Endkapitalentwicklung tabellarisch und grafisch visualisieren. Beim Rechnen mit der Zinseszinsformel sollten die Schülerinnen und Schüler auch das Auf- und Abzinsen durchführen, um den Wert eines Kapitals zu unterschiedlichen Zeitpunkten zu bestimmen. Die Bestimmung der Laufzeit bei der Zinseszinsrechnung kann tabellarisch erfolgen.

Bei der unterjährigen Verzinsung erscheint neben der Bestimmung des Endkapitals auch eine Umrechnung der relevanten Zinssätze (nomineller, relativer und effektiver Zinssatz) sinnvoll.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Verzugszinsen
- Effektivverzinsung bei Skontoausnutzung
- Effektivverzinsung bei Krediten mit Kapitalkosten oder bei Renditeberechnungen
- Termingeld
- Sparverträge

**Optionales
Lerngebiet 11.3 Grundlagen der Wirtschaftsmathematik**

Zeitrictwert 30 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler erfassen und lösen (zunächst überschlagsmäßig und dann mathematisch exakt) proportionale und antiproportionale Zuordnungen ihrer Fachrichtung und stellen die Zusammenhänge tabellarisch und grafisch dar. Dabei werden auch die Grenzen der Modellierung durch proportionale und antiproportionale Zuordnungen erkannt.

Sie verteilen verschiedene Größen nach Festlegung einer sachgerechten Grundlage und erstellen Diagramme zur Veranschaulichung der Verteilung.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen die Prozentrechnung zur Lösung fachrichtungsbezogener Problemstellungen.

- Inhalte** Ökonomische Anwendungen des Dreisatzes
- proportionale Zuordnungen
 - antiproportionale Zuordnungen
 - Grenzen proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen
- Ökonomische Anwendungen der Prozentrechnung
- Prozentsatz, Prozentwert und Grundwert
 - vermehrter und verminderter Wert

Unterrichtshinweise Ökonomische Anwendungen des Dreisatzes:
Neben der Lösung fachrichtungsspezifischer Probleme mithilfe des Dreisatzes soll gleichzeitig auch eine Hinführung zur Funktionenlehre in Klasse 12 erfolgen, indem die zugrunde liegenden Zuordnungen als Wertetabellen und als Funktionsgraphen dargestellt werden.

Bei der Darstellung von Verteilungen mithilfe von Kreis- oder Streifendiagrammen werden die Winkel für die einzelnen Kreisausschnitte bzw. die einzelnen Anteile am Streifen mit dem Dreisatz berechnet.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Lagerbestände bei konstantem Verbrauch
- Angebotsvergleich
- Kostenverteilung
- Gewinnverteilung
- Prämienverteilung

Ökonomische Anwendungen der Prozentrechnung:

Bei der Einführung erfassen die Schülerinnen und Schüler die Prozentrechnung als Vergleichsrechnung mit der Basiszahl 100. Beim Rechnen mit Prozenten können sie ihre Kompetenzen zur Dreisatzrechnung festigen. Wird die Prozentrechnung mithilfe der Grundgleichung der Prozentrechnung durchgeführt, frischen sie ihre Kompetenzen zu Äquivalenzumformungen von Gleichungen auf. Das Rechnen mit Prozentfaktoren kann zur Bestimmung des vermehrten oder verminderten Wertes insbesondere bei der mehrfachen Veränderung des Grundwertes benutzt werden.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Kalkulation
- Abschreibung
- Gehaltsabrechnung
- Rentabilität, Produktivität, Wirtschaftlichkeit, Eigenkapitalquote

**Optionales
Lerngebiet 11.4 Naturwissenschaftlich-technisches Rechnen**

Zeitrictwert 30 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler tragen zur Lösung fachrichtungsbezogener Aufgabenstellungen bei, indem sie die zugehörigen Gleichungen umstellen.

Sie untersuchen die Abhängigkeiten der verknüpften Größen, die durch fachrichtungsbezogene Gleichungen gegeben sind und stellen die Abhängigkeiten dar.

Sie rechnen mit physikalischen Größen, Einheiten und Vorsätzen.

Inhalte Naturwissenschaftlich-technisches Rechnen mit Termen und Klammern

- Bruchgleichungen

Darstellung von abhängigen Größen

- verbal

- tabellarisch

- grafisch

SI-Einheiten, ihre Vorsätze und Potenzen

Plausibilitätsüberprüfungen

Unterrichtshinweise Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Umrechnen physikalischer Größen

- Dimensionsbetrachtungen (Einheitenrechnung)

- Umstellen naturwissenschaftlich-technischer Gleichungen

- Formatänderungen und Maßstabsberechnungen

- Ansetzen und Mischen von Lösungen

- Interpretieren von s-t- und v-t-Diagrammen

- Längen (Teilungsmaße etc. aus Zeichnungen errechnen)

- Umfang (Riemenumschlingung, Spulen--> Drahtlänge)

- Gestreckte Längen

- Geschwindigkeiten an Maschinen (Hubgeschw.; Kolbengeschw.)

- Schnittpunkte von Trajektorien (z. B. Kollision von Schiffen)

- Bestimmung unbekannter Kräfte im zentralen Kräftesystem

Lerngebiet 12.1 Ganzrationale Funktionen

Zeitrictwert 40 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler erkennen an fachrichtungsbezogenen Beispielen funktionale Zusammenhänge und beschreiben diese mit eigenen Worten.

Sie erstellen unter Beachtung des Definitions- und Wertebereiches Gleichungen, Wertetabellen und Graphen von Funktionen der zutreffenden Funktionsklasse aus fachrichtungsbezogenen Texten und Daten und können zwischen den verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten wechseln.

Die Schülerinnen und Schüler erkennen mögliche Auswirkungen der Parameter in den Funktionstermen auf den Verlauf der Graphen und skizzieren diese. Sie bestimmen umgekehrt die Gleichung einer Funktion aus einem vorgegebenen Graphen oder aus vorgegebenen Punkten oder Eigenschaften zur Lösung fachrichtungsbezogener Probleme.

Sie ermitteln markante Stellen, Punkte und Eigenschaften von Funktionsgraphen und interpretieren diese zur Lösung fachrichtungsspezifischer Problemstellungen.

Die Schülerinnen und Schüler modellieren Situationen ihrer Fachrichtung mit mehreren Funktionen, berechnen die Schnittpunkte ihrer Graphen miteinander und interpretieren die Lösung.

Inhalte für alle ganzrationalen Funktionen

- Funktion als eindeutige Zuordnung
- Definitions- und Wertebereich
- Darstellungsmöglichkeiten von Funktionen
 - Gleichung
 - Wertetabelle
 - Graph im Koordinatensystem
- Transformationen zwischen den Darstellungsmöglichkeiten
- Nullstelle(n)
- Achsenschnittpunkte
- Schnittpunkt(e) zweier Funktionsgraphen
- Symmetrieeigenschaften
 - Symmetrie zur Ordinatenachse
 - Symmetrie zum Koordinatenursprung

für lineare Funktionen

- Gleichungen linearer Funktionen aus Texten und Daten
- Bedeutung von m und b in $f(x) = m \cdot x + b$

für quadratische Funktionen

- über- und unterproportionale Entwicklung der Funktionswerte
- Normalparabel und ihre Symmetrieeigenschaft
- Öffnung/Dehnung/Stauchung/Verschiebung der Normalparabel
- Gleichung quadratischer Funktionen aus Texten und Daten
- Linearfaktordarstellung

für ganzrationale Funktionen $n \leq 4$

Potenzfunktionen

Verlauf der Graphen für $x \rightarrow \pm\infty$

Summe von Potenzfunktionen (Polynomform)

Substitution

Faktorisierung

Polynomdivision

Unterrichtshinweise Der Einsatz elektronischer Hilfsmittel zur Veranschaulichung von Funktionsgraphen erscheint sinnvoll.

Lineare Funktionen

Die Einführung in das Lerngebiet „Ganzrationale Funktionen“ kann dadurch erfolgen, dass die Schülerinnen und Schüler außermathematische Grafiken oder Messreihen, denen funktionale Zusammenhänge zugrunde liegen, beschreiben.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Preis-Absatz-Kurve, Erlöse, variable und fixe Kosten, Gesamtkosten, Gewinne
- Umsatzprovision
- Bestandsveränderungen (z. B. lineare Abschreibung)
- Endkapital bei einfacher Zinsrechnung
- Angebotsfunktion, Nachfragefunktion
- Isokostengerade, Bilanzgerade
- Ohmsches Gesetz $I(U)$, Leiterwiderstand $R(I)$
- Bewegungslehre $s(t)$ bei gleichförmiger Bewegung, $v(t)$ bei gleichmäßig beschleunigter Bewegung, gleichförmige Bewegung mehrerer Massen (u. a. PKW, Flugzeug)
- Abbau bzw. Anstieg der Blutalkoholkonzentration in Abhängigkeit der Zeit oder der getrunkenen Alkoholmenge

Quadratische Funktionen

Mit der Einführung quadratischer Funktionen wird den Schülerinnen und Schülern verdeutlicht, dass auch nichtproportionale Veränderungen mithilfe von Funktionen modelliert werden können (z. B. progressiver/degressiver Gesamtkostenanstieg oder gleichmäßig beschleunigte Bewegung).

Entsprechend dem Spiralprinzip werden grundlegende Verfahren aus dem Teilgebiet „Lineare Funktionen“ (z. B. Parametervariationen, Nullstellen- und Schnittpunktberechnung) wieder aufgegriffen und erweitert.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Erlöse mit Erlösmaximum, variable Kosten und Gesamtkosten, Gewinne mit Gewinnschwelle (Break-even-Point), Gewinngrenze, gewinnmaximale Produktionsmenge und Gewinnmaximum
- Angebot und Nachfrage mit Marktgleichgewicht
- gleichmäßig beschleunigte Bewegung $s(t)$, Leistungsbetrachtungen $P(U)$ oder $P(I)$
- Konstruktive Formgebung (z. B. Brücken)

Ganzrationale Funktionen $n \leq 4$

Auch hier werden entsprechend dem Spiralprinzip wieder grundlegende Kenntnisse und Verfahren aus den Teilgebieten lineare und quadratische Funktionen

(z. B. Dehnung/Stauchung, Nullstellenberechnung) aufgegriffen und erweitert.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Produktionsfunktion (Ertragsgesetz)
- s-förmige Gesamtkostenfunktion
- Gewinnfunktion, Gewinnschwelle (Break-even-Point) und Gewinngrenze
- ungleichmäßig beschleunigte Bewegung
- Drehmoment eines Gleichstrommotors (angenähert)

Lerngebiet 12.2 Differenzialrechnung

Zeitrictwert 40 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler nutzen die momentane Änderungsrate zur Lösung fachrichtungsbezogener Probleme.

Sie bestimmen mithilfe der Differenzialrechnung markante Punkte von ganzrationalen Funktionen und lösen damit Probleme aus ihrer Fachrichtung.

Die Schülerinnen und Schüler erstellen aus vorgegebenen fachrichtungsspezifischen Daten ganzrationale Funktionsgleichungen.

Sie lösen fachrichtungsbezogene Optimierungsprobleme, die sie mithilfe ganzrationaler Funktionen modellieren.

Inhalte Grenzwerte von Funktionen

- Verhalten von Funktionswerten für $x \rightarrow \pm\infty$
- Verhalten von Funktionswerten für $x \rightarrow x_0$

Steigung

- der Differenzenquotient als mittlere Änderungsrate
- der Differenzialquotient als momentane Änderungsrate
- die Ableitungsfunktion als momentane Änderungsrate an einer beliebigen Stelle

Ableitungsfunktionen und Ableitungsregeln

- Potenzregel
- Faktorregel
- Summen-/ Differenzregel

Höhere Ableitungen und deren Graphen

Funktionsanalyse

Lokale Extrempunkte

Wendepunkte/Sattelpunkte

Funktionssynthese

Optimierungsprobleme

Unterrichtshinweise Die Einführung in das Lerngebiet kann durch das zeichnerische Differenzieren erfolgen.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Grenzerträge
- Grenzerlöse, Grenzkosten, Grenzgewinn
- minimale Grenzkosten
- maximaler Gewinn
- minimale variable Stückkosten
- Cournotscher Punkt
- Elastizität
- Momentangeschwindigkeit und -beschleunigung
- Kraftzerlegung an einem durchhängenden Seil
- Impulsänderung
- Leistungsanpassung
- Optimierung von Verpackungen, Materialverbrauch
- Dimensionierung von Bauteilen
- Verlauf einer Krankheit

Lerngebiet 12.3 Integralrechnung

Zeitrictwert 20 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler bestimmen Flächenmaßzahlen und interpretieren sie fachrichtungsbezogen.

Inhalte Bestimmtes Integral
Unbestimmtes Integral
Stammfunktion
Zusammenhang zwischen Differenzial- und Integralrechnung
Rechenregeln der Integralrechnung

- Potenzregel
- Faktorregel
- Summenregel
- Intervalladditivität

Maßzahl von Flächen zwischen Graphen ganzrationaler Funktionen

Unterrichtshinweise Auf die formale Herleitung des Integrals mithilfe von Ober- und Untersummen sollte zugunsten des Anwendungsbezugs verzichtet werden.

Das bestimmte Integral sollte auch als Summe von Änderungsraten interpretiert werden.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Produzentenrente, Konsumentenrente
- durchschnittliche Kosten, Gewinne, Erlöse
- Gesamtverbrauch, Gesamtabatz, Gesamtumsatz
- Flächen, Volumina und Gewichte
- p-V-Diagramm beim Ottomotor an den Beispielen unterschiedlicher Zündzeitpunkte (Arbeit)
- Flächenschwerpunkt
- mechanische Arbeit
- zurückgelegter Weg als Fläche im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm
- Menge eines Wirkstoffes im Organismus

**Optionales
Lerngebiet 12.4 Analytische Geometrie**

Zeitrictwert 30 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler modellieren im dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem fachrichtungsbezogene Situationen durch Vektoren und lösen mithilfe der Vektorrechnung fachrichtungsbezogene Probleme.

Inhalte Vektorbegriff

- Betrag
- Richtung
- Richtungssinn
- Ortsvektor
- Nullvektor

Vektoroperationen

- Addition
- Subtraktion
- Multiplikation mit einem Skalar
- Skalarprodukt

Winkelberechnung

Vektorielle Geradengleichung

Schnittpunktbestimmung von Geraden

Unterrichtshinweise Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Kräfteaddition
- Kräftegleichgewicht
- Würfe
- mechanische Arbeit
- Flugbahnen von Flugzeugen
- Wege bei CNC-Maschinen
- räumliche Konstruktionen

**Optionales
Lerngebiet 12.5 Exponentialfunktionen**

Zeitrictwert 30 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler modellieren Situationen ihrer Fachrichtung mithilfe von Exponentialfunktionen vom Typ $f(x) = c \cdot x^n a^{m \cdot x}$ mit $n \leq 2$

Sie ermitteln markante Stellen, Punkte und Eigenschaften von Funktionsgraphen und interpretieren diese situationsbezogen.

Inhalte Verlauf der Graphen einfacher Exponentialfunktionen
asymptotisches Verhalten
Logarithmieren
e-Funktion und ihre Ableitung
Produktregel
Kettenregel

Unterrichtshinweise Dieses Lerngebiet knüpft nach dem Spiralprinzip an die grundlegenden Kompetenzen des Lerngebiets „Ganzrationale Funktionen“ an.

Auf die formale Herleitung der Ableitung der e-Funktion sollte zugunsten des Anwendungsbezugs verzichtet werden.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Wachstum
- Zerfall/ Halbwertszeit
- (Produkt-) Lebenszyklus
- Kondensatorladung/ -entladung
- Dämpfung
- Dämmung

**Optionales
Lerngebiet 12.6 Gebrochen rationale Funktionen**

Zeitrictwert 30 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler modellieren Situationen ihrer Fachrichtung mithilfe von gebrochen rationalen Funktionen, deren Zähler- und Nennergrad kleiner als drei sind.

Sie ermitteln markante Stellen, Punkte und Eigenschaften von Funktionsgraphen und interpretieren diese situationsbezogen.

Inhalte Definitionsbereich

Verhalten an den Rändern des Definitionsbereiches

- Polstellen
- hebbare Definitionslücken
- asymptotisches Verhalten

Quotientenregel

Kettenregel

Unterrichtshinweise Dieses Lerngebiet knüpft nach dem Spiralprinzip an die grundlegenden Kompetenzen des Lerngebiets „Ganzrationale Funktionen“ an.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Stückkosten
- Rentabilitäten
- Wirtschaftlichkeit
- Optimierung des Materialverbrauchs

**Optionales
Lerngebiet 12.7 Lineare Algebra**

Zeitrictwert 30 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler stellen Daten aus fachrichtungsbezogenen Situationen als Matrizen dar, verknüpfen diese und interpretieren die Lösung.

Inhalte Matrizenbegriff

- Einheitsmatrix
- inverse Matrix

Matrizenoperationen

- Addition
- Multiplikation mit einem Skalar
- Matrizenmultiplikation

Unterrichtshinweise Auf die Behandlung der Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen sollte zugunsten des Anwendungsbezugs verzichtet werden.

Der Einsatz elektronischer Hilfsmittel bietet sich hier besonders an.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Verflechtungsmodelle
- Herstellungskosten
- Medikamentenzusammensetzung
- Gaußsche Optik

**Optionales
Lerngebiet 12.8 Stochastik**

Zeitrictwert 30 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler werten empirische Daten ihrer Fachrichtung mithilfe statistischer Kennzahlen aus.

Sie beantworten Fragen nach Wahrscheinlichkeiten, die sich aus fachrichtungsbezogenen Problemstellungen ergeben, mithilfe des Modells der Binomialverteilung.

Inhalte Beschreibende Statistik

- Stichprobenumfang
- absolute Häufigkeit
- relative Häufigkeit
- arithmetisches Mittel
- Standardabweichung

Zusammenhang relative Häufigkeit – Wahrscheinlichkeit

Baumdiagramm

- Pfadregeln
- Ereignis
- Zufallsvariable

Binomialverteilung

- Bernoulli-Experiment
- Erwartungswert
- Standardabweichung
- kumulierte Wahrscheinlichkeit

Unterrichtshinweise Der Einsatz elektronischer Hilfsmittel bietet sich hier besonders an.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Widerstandsmessungen an Widerständen mit gleichem Sollwert
- Reaktionsgeschwindigkeiten
- Leistungsbewertungen
- Reihen- und Parallelsystem
- Qualitätskontrolle
- Auslastungsmodelle
- Wechselwirkung von Medikamenten

**Optionales
Lerngebiet 12.9 Trigonometrische Funktionen**

Zeitrictwert 30 Unterrichtsstunden

Zielformulierung Die Schülerinnen und Schüler modellieren Situationen ihrer Fachrichtung mithilfe trigonometrischer Funktionen des Typs $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x + c)) + d$.

Sie ermitteln markante Stellen, Punkte und Eigenschaften von Funktionsgraphen und interpretieren diese sowie die Flächenmaßzahlen situationsbezogen.

Inhalte Auswirkungen der Parameter auf den Verlauf der Graphen

Arcus-Rechenoperationen

Bogenmaß

Additionstheoreme

Ableitung und Stammfunktion der Sinus-Funktion

Kettenregel

Unterrichtshinweise Dieses Lerngebiet knüpft nach dem Spiralprinzip an die grundlegenden Kompetenzen des Lerngebiets „Ganzrationale Funktionen“ an.

Auf die formale Herleitung der Additionstheoreme und der Ableitung bzw. der Stammfunktion sollte zugunsten des Anwendungsbezugs verzichtet werden.

Fachrichtungsbezogene Anwendungsbeispiele:

- Kräftezerlegung
- Schwingungen
- Bestimmung unbekannter Kräfte
- Periodische Vorgänge
- Wechselspannung
- Arbeit/ Energie