

Aufgabenstellungen in Sachkontexten und in innermathematischen Fragestellungen führen hinsichtlich globaler Eigenschaften (Verhalten für $|x| \rightarrow \infty$, Symmetrie zur y-Achse bzw. zum Koordinatenursprung) und lokaler Eigenschaften (Vorgaben von Funktionswerten, Steigungen, Extrempunkten, Wendepunkten ...) auch unter Berücksichtigung der Anzahl der gestellten Bedingungen zu einer Auswahl von Typen ganzrationaler Funktionen, die zur Bearbeitung geeignet sind. Eine Vielfalt der Aufgabenstellungen ermöglicht dabei nicht nur Übungs- und Wiederholungsmöglichkeiten der Entnahme von Informationen aus formalen Darstellungen, Graphen und Texten, sondern auch zur Übung und Festigung von Begriffen wie Nullstellen, Extrempunkten, Wendepunkten, Steigungen, Tangenten und Normalen.

Stückweise definierte Funktionen, Stetigkeit und Differenzierbarkeit

Eine explizite, insbesondere formale Behandlung ist weder bezüglich stückweise definierter Funktionen noch hinsichtlich der Begriffe Stetigkeit und Differenzierbarkeit für Kurse auf grundlegendem Anforderungsniveau vorgegeben. Die folgende Aufgabenstellung stellt eine Formulierung einer Aufgabe dar, wie sie aber mit dem zuvor ausgeführten bearbeitbar ist:

Eine Profillinie ist für $x \in [0; 5]$ durch die Funktion f mit $f(x) = -0,02x^3 + x + 1$ modellhaft gegeben.

Bestimmen Sie eine Gleichung einer ganzrationalen Funktion g , die eine Fortsetzung dieser Profillinie für $x \geq 5$ modellhaft beschreibt und dabei folgende Bedingungen erfüllt:

- Die Graphen f und g haben für $x = 5$ einen gemeinsamen Punkt
- Die Steigungen der Graphen von f und g stimmen für $x = 5$ überein
- $g(10) = 0$

Gleichungen und Gleichungssysteme

Bei Bearbeitungen sind vielfach Gleichungen und Gleichungssysteme zu lösen. Die geschieht einerseits mit dem eingeführten digitalen Mathematikwerkzeug, andererseits bietet sich hier die Möglichkeit, ein algorithmisierbares Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme entsprechen zu erarbeiten. Die Formulierung des Kerncurriculums gibt dabei für Kurse auf grundlegendem Anforderungsniveau nicht das Gaußverfahren vor, so dass hier z. B. auch eine auf dem Einsetzungsverfahren basierende Vorgehensweise behandelt werden kann. Eingabe und Ausgabe des eingeführten digitalen Mathematikwerkzeug kann ein Argument zur Auswahl des Verfahrens sein.

Parametervariationen

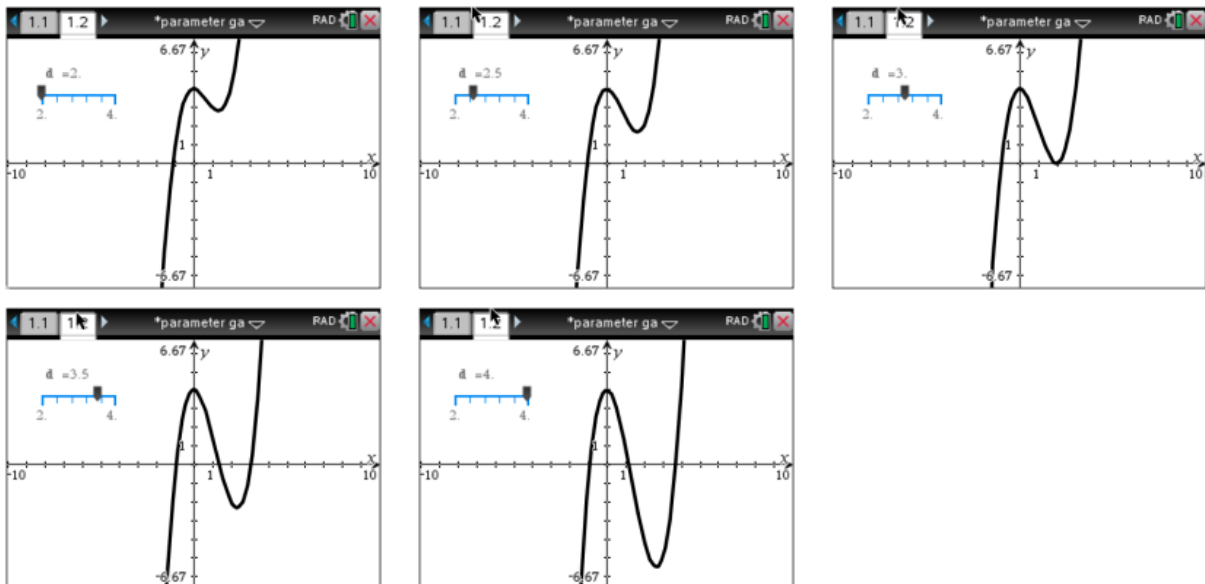
Eine explizite Behandlung von Funktionenscharen ist nicht Bestandteil des Kerns von Kursen auf grundlegendem Anforderungsniveau.

Die Parametervariation bezüglich Verschiebungen, Streckungen und Spiegelungen ist auch aus der Einführungsphase bekannt. Die Variation eines Parameters erweitert die Sichtweise, auch ohne Zurückführung auf solche Abbildungen.

Gegeben ist für jeden Wert von k mit $k \in \mathbb{R}$ die Funktion f_k mit $f_k(x) = x^3 - k \cdot x^2 + 4$. Beschreiben Sie, wie sich die Lage des Tiefpunkts des Graphen von f_k ändert, wenn k die Werte von 2 bis 4 durchläuft. Bestimmen Sie k so, dass der Tiefpunkt auf der x -Achse liegt.

Mögliche Vorgehensweise

Variation des Parameters (exemplarisch):



Mit größer werdendem Parameter wird die x -Koordinate des Tiefpunktes kleiner, ebenso die y -Koordinate, die zunächst positiv, anschließend negativ ist.

Liegt der Tiefpunkt auf der x -Achse, so gilt für die zugehörige x -Koordinate x_T :

$f_k(x_T) = 0$ und $f'_k(x_T) = 0$. Ein CAS liefert für das Gleichungssystem als Lösung $x_T = 2$ und $k = 3$.